제 3 장 사면안정해석이론

3.1 개요

사면안정해석은 현재 한계평형방법(Limit Equilibrium Method)을 주로 사용하고 있으며, 기본가정은 직선, 원호, 대수나선으로 가정된 표면이나 불규칙적인 표면을 따라 Coulomb 의 파괴표준이 만족된다는 것으로, 활동면을 따라 파괴가 일어나려는 순간에 있는 토체의 안정성을 해석하는 것이다. 문제를 단순화하기 위한 가정을 설정하고 이방법을 사용하면 간단한 정역학이론으로 해를 얻을 수 있게 된다. 한계평형법은 절성토 사면의 안정해석에 널리 사용되고 있으며, 이 방법의 유용성과 신뢰성은 현재까지 축적된 경험을 통하여 잘 알려져 있다. 한계평형이론에 의한 사면안정 해석방법은 여러 가지가 있으나 그 정확성은 강도정수와 사면의 기하학적 조건의 정확도 및 각 해석방법 고유의 정밀도에 따라 좌우된다.

대부분의 경우에 있어서는 강도정수와 기하학적 조건이 각 해석방법의 차이보다 결과에 더 큰 영향을 미치게 된다.

해석방법으로는 $\phi = 0$ 해석법, Fellenius 방법, Bishop방법, Janbu의 방법, Spencer의 방법, Morgenstern and Price방법, 일반한계평형(GLE) 방법, 대수나선해석방법, 무한사면해석법, 흙쐐기해석법 등이 있다.

한계평형이론에 의한 사면안정해석법은 다음 4가지 특성을 공통적으로 가지고 있다.(Duncan & Wright, 1980)

1) 안전율 F의 정의가 동일하다. 즉,

$$F = \frac{S}{\tau} \tag{3.1}$$

여기서, S = 전단강도(Shear Strength)

τ = 전단응력(Shear Stress)

안전율이 전단강도의 힘으로 정의되기 때문에 안전율은 가장 중요한 미지수가 된다.

2) 흙의 강도-변위 특성은 non-brittle이며, 큰 변위가 일어나는 동안에도 전단강도의 값은 동일하다고 생각한다. 한계평형방법에서는 변위를 전혀 고려하지 않으므로 이러한 가정이 필요하게 된다. 따라서, 엄격히 말하자면 이 방법은 잔류강도(Residual Strength)가 최대강도(Peak Strength)보다 훨씬 적은 흙 사면 안정해석에는 부적당하다. 실제에서 이러한 난점은 최대강도 보다 적은 강도를 채택함으로 극복하고 있다.

3) 전단응력 τ와 활동면의 수직응력 σ를 산정하기 위하여 평형방정식을 사용하게 된다. 수직응력 σ는 다음과 같이 전단강도 S를 구하는데 필요하다.

$$S = c + \sigma \cdot \tan\phi \tag{3.2}$$

4) 한계평형법에 의한 사면안정해석은 부정정 문제이다. 즉, 미지수의 수가 방정식의 수 보다 많다. 따라서 해를 구하기 위해서는 미지수의 수와 방정식 수의 차이를 보완할 수 있는 개수 만큼의 가정을 도입하고 있다. 즉, 방정식, 미지수 및 가정은 다음과 같이 설정하고 있다.

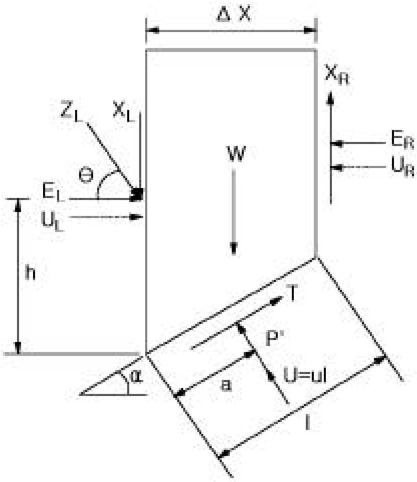

그림 3.1 절편에 작용하는 힘의 System

그림 3.1에서 보인 바와 같이 사면을 n개의 절편으로 나누면

방정식 수 : 3n 개 (연직력, 수평력, 모멘트평형)

미지수 : (5n-2) 개

힘의 평형 :

n 개의 유효수직응력값(각 절편마다 1개씩)

n-1개의 X값 (절편의 연직 경계면 마다 1개씩)

n-1개의 E값 (절편의 연직 경계면 마다 1개씩)

1개의 안전율

미지수 : (3n-1) 개

모멘트평형 :

n 개의 a 값 (a 는 모멘트이 팔길이)

n-1개의 h값 (h는 E의 작용점)

미지수 : (2n-1) 개

힘과 모멘트평형 고려시 총(5n-2)개의 미지수가 있으므로 (2n-2)차 부정정이 된다. 이 부정정 차수를 극복하기 위하여 가정을 설정할 필요가 생기게 된다.

각 방법은 서로 다른 가정위에 성립되었으므로 계산된 안전율이 상이하며 어느 것도 정확한 해를 얻을 수는 없다. 그러나 다음과 같은 가정설정은 실용상으로 타당성이 있는 결과를 얻을 수 있다.

1) 절편의 저면에 적용하는 $\bar{\sigma}$의 작용위치 a 는 절편의 중앙점(또는 중심)이라고 가정해도 큰 오차는 일어나지 않는다.(n 개의 미지수가 제거된다.)

2) 절편의 측면에 적용하는 수직응력과 전단력의 합력이 수평면과 이루는 각 θ나 위치 h를 가정함으로써 n-1개의 미지수가 제거되어 (2n-1)개의 미지수가 제거된다.

따라서, 미지수의 수가 방정식의 수보다 1개 더 적은 것이 된다.

즉, 미지수의 수 = 5n-2

방정식의 수 = 3n

가정조건 수 = 2n-1

한계평형이론에 의한 사면안정 해석법은 가정에 따라 일부는 직접 안전율을 계산할 수 있고(Linear Method), 나머지는 안전율을 얻기 위하여 반복계산을 할 필요가 생긴다.(Non Linear Method).

표 3.1 사면안정 해석법의 분류

구 분	사면안정해석법
선형법	무한사면해석법 Sliding block 혹은 Wedge해석법 $\phi_u = 0$법 Fellenius법
비선형법	일반한계평형해석법(GLE) Bishop 간편법 Janbu 간편법 Janbu 정밀법 Spencer법 Morgenstern & Price법

표 3.2 비선형 안정해석법의 가정과 안전율 계산근거

Method	Assumption	Factor of safety based on	
		Moment Equilibrium	Force Equilibrium
Fellenius	$X/E = \tan x$	○	
Simplified Bishop	$X_R - X_L = 0$	○	
Spencer	$X/E = \tan\theta$	○	○
Janbu's Simplified	$X = 0$		○
Janbu's Rigorous	Thrust Line		○
Morgenstern & Price	$X/L = \lambda f(x)$	○	○

다음절에서 가장 보편적으로 사용되는 사면안정해석방법에 대하여 설명하고 해석방법에 대한 정확성은 강도정수와 사면의 기하학적 조건의 정확도 및 각 해석방법 고유의 정밀도에 따라 좌우된다. 다음의 표는 사면의 기하학적 조건과 각 해석방법 고유의 정밀도를 요약하였으나, 대부분의 경우에 있어서 토성과 기하학적 조건이 해석방법 차이보다 결과에 더 큰 영향을 미치게 되므로, 강도정수를 정확히 산정하는 것이 중요한 사항이 됨을 특히 유의하여야 한다.

표 3.3 한계평형 해석방법에서의 가정조건

방 법	절편력에 대한 가정
일반한계평형법(G.L.E)	$\theta = X / E = \lambda f(x)$
Fellenius 방법	절편저면에 평행
수정 Bishop방법	수평(수직절편력 없다.)
Janbu의 정밀해법	수평력의 작용선 정의 (위치가 변할 수 있다.)
Janbu의 간편법	수평
Spencer의 방법	평형(θ = 일정)
Morgenstern and Price 방법	절편에서 절편까지 측면력 경사(θ)의 변화 패턴 : $\theta = X / E = \lambda f(x)$, f(x)값은 각 내부절편경계로 가정되고, λ값은 미지수.
흙쐐기해석법	경사정의
대수나선사면해석	파괴면의 모양이 대수나선이다.
무한사면해석법	사면에 평행

표 3.4 **한계평형 해석방법에서의 파괴면의 형상**

방법	**활동면의 모양**	**평형조건만족**				**실제**	
		전도 모멘트	**개개 절편 모멘트**	**수직력**	**수평력**	**수계산**	**컴퓨터 계산**
ψ=0**해석법**	**원호**	○	×	×	×	○	○
일반한계평형 (GLE)**법**	**임의형상**	○	○	○	○	×	○
수정 Bishop**방법**	**원호**	○	×	○	×	○	○
Janbu**의 정밀해법**	**임의형상**	○	○	○	○	○	○
Janbu**의 간편법**	**임의형상**	×	×	○	○	○	○
Spender**의 방법**	**임의형상**	○	○	○	○	×	○
Morgenstern and Price **방법**	**임의형상**	○	○	○	○	×	○
흙쐐기해석법	**임의형상**	×	×	○	○	○	○
대수나선사면해석	**대수나선**	○	-	○	○	○	○
무한사면해석법	**평면**	×	×	○	○	○	○

3.2 사면안정 해석방법

3.2.1 무한사면의 안정해석

그림 3.2에 보인 바와 같이 경사각 β인 무한사면(Infinite Slope)이 지표면과 평행한 평면활동면을 따라 활동을 일으키는 경우, 무한사면안정 해석방법이 편리하다.(Skempton & Delory, 1957.)

깊이에 비해서 사면의 길이가 길 때 파괴면은 사면에 평행하게 형성된다. 사면의 길이는 거의 무한대이므로 양 끝의 영향은 무시한다. 침투수압이 사면에 평행하게 작용한다고 가정한다. 또, 임의의 분할면 양 끝의 수직면에 작용하는 절편력의 크기가 같고 반대 방향으로 작용하며, 이러한 응력상태는 어느 분할면에서나 같다고 가정한다.

그림 3.2에서 $Q_L = Q_R$ 로 가정하면

파괴면에 평행하게 발생하는 전단력 T 는

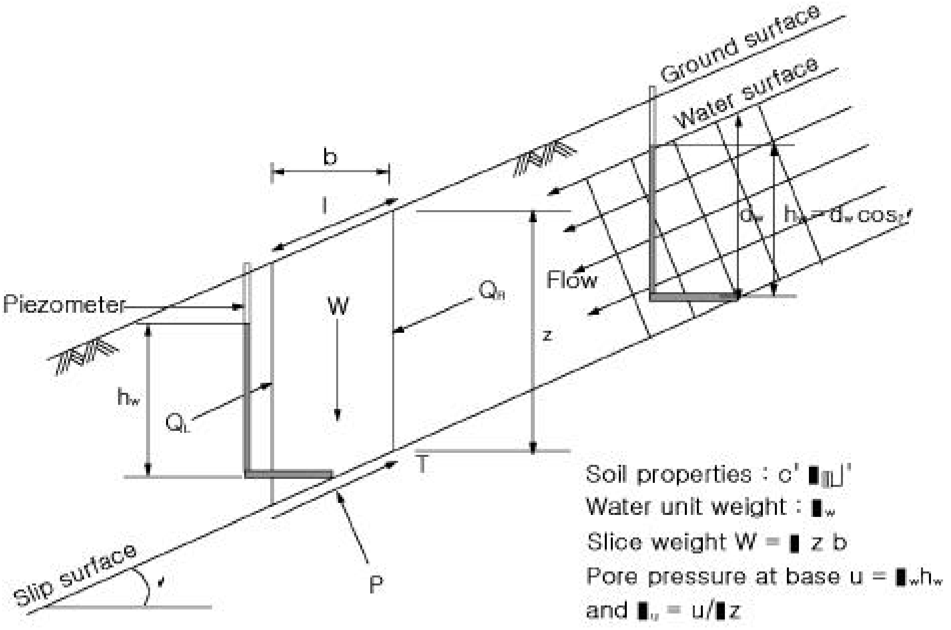
Ground surface
Water surface
b
l
Piezometer
W
Q_R
Flow
d_w
$h_w = d_w \cos$
z
h_w
Q_L
T
P
Slip surface
Soil properties : c' ▮▮'
Water unit weight : ▮$_w$
Slice weight W = ▮ z b
Pore pressure at base u = ▮$_w$h$_w$
and ▮$_u$ = u/▮z

그림 3.2 Infinite slope analysis(Haefili, 1948 : Skemption & Delry, 1957)

$$T = W \cdot \sin\beta = \tau \tag{3.3}$$

따라서 식(3.3)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s = \frac{W}{b}\cos\beta\sin\beta \tag{3.4}$$

파괴면에 수직한 방향의 힘 P 는

$$P = W \cdot \cos\beta = \sigma \cdot 1 \tag{3.5}$$

따라서 식(3.5)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma = \frac{W}{b}\cos^2\beta \tag{3.6}$$

파괴표준에서 전단강도는

$$s = c' + (\sigma - u)\tan\phi' \tag{3.7}$$

동원되는 전단강도는

$$\tau = \frac{S}{F} \tag{3.8}$$

여기서 식(3.7)에 식(3.4)와 식(3.6)을 대입하여 정리하면 식(3.9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{W}{b}\sin\beta\cos\beta = \frac{1}{F}(c' + [\frac{W}{b}\cos^2\beta - u]\tan\phi') \tag{3.9}$$

따라서 안전율 F에 대하여 정리하면 식(3.10)과 같다.

$$F = \frac{c' + [\gamma z \cos^2\beta - u]\tan\phi'}{\gamma z \sin\beta\cos\beta} \tag{3.10}$$

3.2.2 일반한계평형(GLE) 방법

일반적으로 사면의 안정해석에는 한계평형이론을 도입한 여러 가지 방법의 사면안정해석법이 사용되어 오고 있다.

한계평형이론을 이용하여 안전율을 구하려면 활동면 각 점에서 전단응력과 전단강도를 구하여야 한다. 따라서 활동효과를 연직절편으로 분할하고 절편에 대한 평형을 고려하게 되는데 이러한 방법을 절편법이라 하고 이때 각절편에서 발생하는 3n개의 미지수를 가정을 통하여 해결해 나간다.

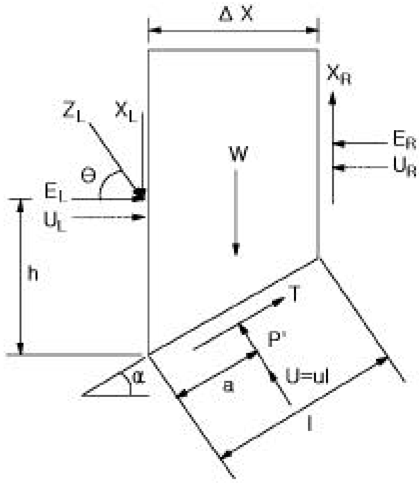

그림 3.3 분할요소에 작용하는 힘

X_L, X_R : 절편측면의 전단력(미지)　　$T_m = \tau l$: 절편저면의 전단력(미지)

$P' = pl$: 절편저면의 유효수직력(미지)　　l : 절편저면의 길이

$U = ul$: 절편저면의 간극수압(기지)　　h : E 의 작용점

E_L, E_R : 절편저면의 유효수직응력(미지) W : 절편의 무게(기지)

U_L, U_R : 절편저면의 간극수압(기지) a : P'의 작용점

α : 절편저면의 수평면과 이루는 각(기지)

θ : E와 X의 합력이 수평면과 이루는 각(미지)

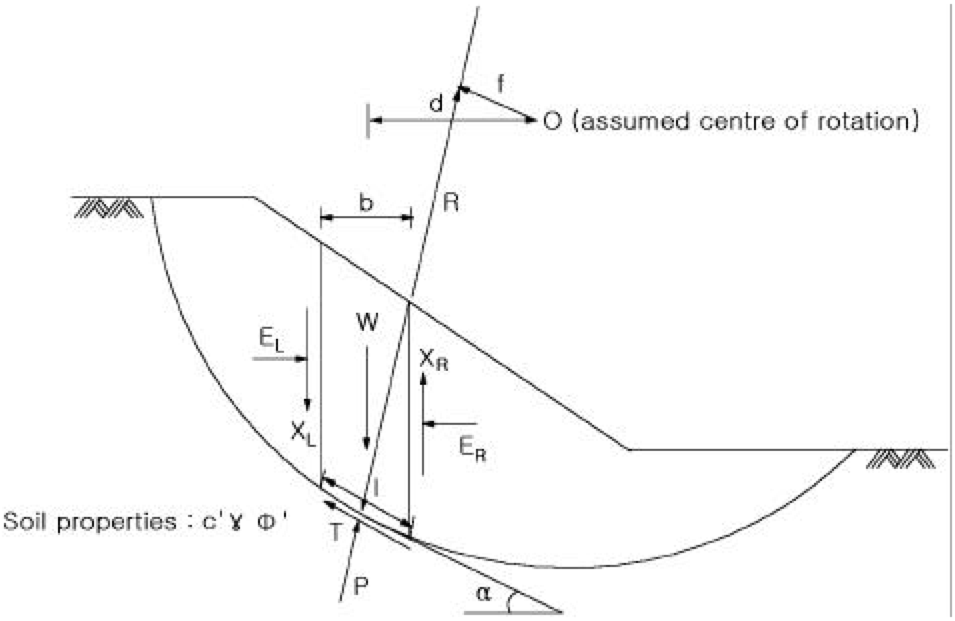
f
d
O (assumed centre of rotation)
b
R
W
E_L
X_R
X_L
E_R
l
Soil properties : c' ɣ Φ'
T
P
α

그림 3.4 GLE법 (Fredlund & Krahn, 1977)

GLE법에 의한 사면안전율은 그림 3.4에 도시된 바와 같이 모멘트의 평형조건과 힘의 평형조건으로부터 다음과 같이 산정되어 진다.

연직방향의 힘의 평형조건으로부터 수직력 P를 구할 수 있다.

$$P = [W - (X_R - X_L) - \frac{1}{F}(c'l\sin\alpha - ul\tan\phi' \times \sin\alpha)]/m_\alpha \qquad (3.11)$$

여기서, $m_\alpha = \cos(1 + \tan\alpha\frac{\tan\phi'}{F})$

O점에 대한 모멘트평형조건 $\sum W_d = \sum TR + \sum Pf$ 로부터 다음의 식을 구할 수 있다.

$$F_m = \frac{\sum[c'l + (P - ul)\tan\phi']R}{\sum(W \cdot d - P \cdot f)} \qquad (3.12)$$

한편, 힘의 평형조건 $\sum(E_R - E_L) = 0$, $\sum(X_R - X_L) = 0$으로부터 다음의 식을 구할 수 있다.

$$F_f = \frac{\sum[c'l + (P - ul)\tan\phi']\cos\alpha}{\sum P\sin\alpha} \qquad (3.13)$$

식(3.11) (3.13)는 안전율 항에 대한 비선형형태의 식이므로 시행착오법으로 반복계산을 실시하여야 한다.

3.2.3 FELLENIUS 방법

이 방법에서는 사면안전율을 활동면 중심에서의 모멘트평형으로 구하고 각 분할절편간의 작용력의 합력은 평형이라는 가정이 사용된다. 분할절편 저면에서의 전 수직응력 σ와 τ, 간극수압 u에 대해서는 식(3.14)과 같이 된다.

$$s = c' + (\sigma - u)\tan\phi' \qquad (3.14)$$

이때 수정전단강도 $\tau = S/F$, $P = \sigma l$, $T = \tau l$을 대입하면 식(3.15)과 같이 된다.

$$T = \frac{1}{F}[c'l + (P - ul)\tan\phi] \qquad (3.15)$$

여기서, $P = W\cos\alpha$

전체 분할절편에 대하여 고려하면 식(3.16)과 같다.

$$\sum W\sin\alpha = \frac{1}{F}\left[c'l + (P - ul)\tan\phi\right] \tag{3.16}$$

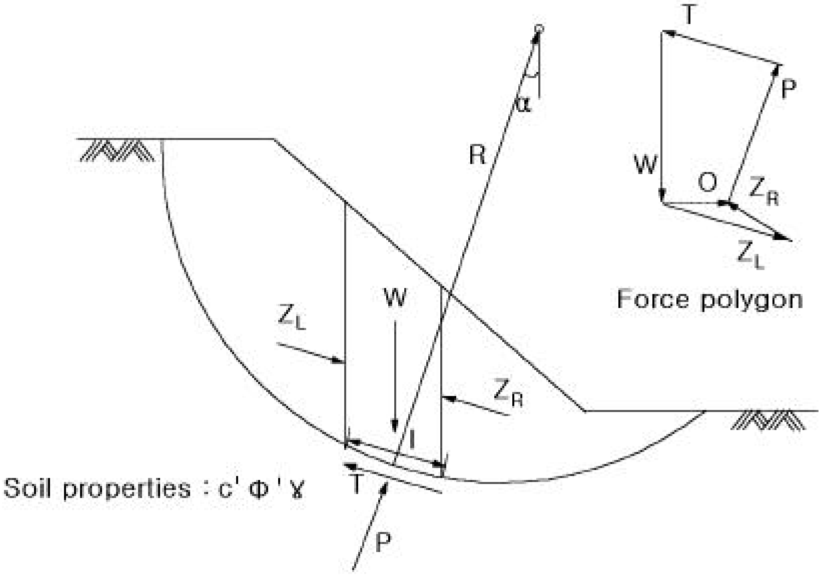
T
P
W
O
Z_R
Z_L
Force polygon
α
R
W
Z_L
Z_R
l
T
P
Soil properties : c' Φ ' ɣ

그림 3.5 Fellenius법 (Fellenius, 1936)

여기서, 안전율 F를 말뚝안전율과 구분하기 위하여 $(F_s)_{slope}$로 표시하면 식(3.17)과 같다.

$$(F_s)_{slope} = \frac{\left[c'l + (W\cos\alpha - ul)\tan\phi\right]}{\sum W\sin\alpha} \tag{3.17}$$

3.2.4 BISHOP 간편법

이 방법은 절편법 가운데 가장 널리 사용되고 있으며 그 결과는 이론상으로 정확한 다른 방법과 별 차이가 없다. 즉 이 방법의 편리성과 신뢰성을 많은 경험으로부터 입증된 셈이다.

Bishop(1955)은 그림 3.6에 보인 바와 같이 원호활동면에 대한 사면안정 해석법을 발표하였다. 절편의 양 수직면에 작용하는 힘의 합력은 수평방향으로 작용하다고 가정하고 해석하는 방법으로 가상회전 중심을 사용함으로서 비원호 활동면에 대해서도 적용할 수 있다. 즉,

$$XR - XL = 0$$

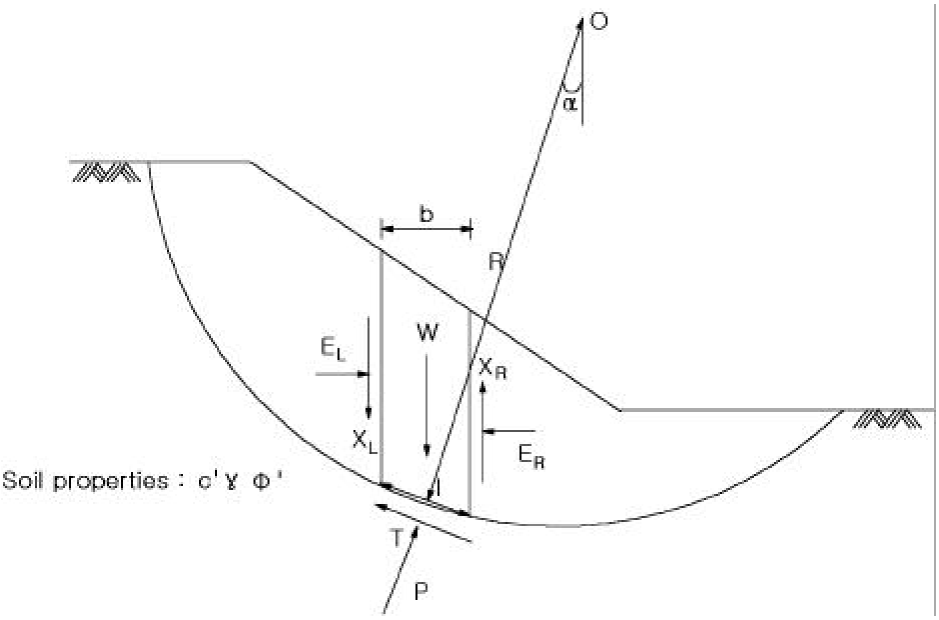
O
α
b
R
W
E_L
X_R
X_L
E_R
Soil properties : c' γ Φ'
l
T
P

그림 3.6 Bishop's simplified method of slices.(Bishop, 1955)

분할절편저면에서의 전 수직응력 σ와 τ, 간극수압 u에 대해서는 식(3.18)과 같이 된다.

$$s = c' + (\sigma - u)\tan\phi' \tag{3.18}$$

이때 수정전단강도 $\tau = S/F$, $P = \sigma l$, $T = \tau l$을 대입하면 식(3.19)과 같이 된다.

$$T = \frac{1}{F}[c'l + (P - ul)\tan\phi'] \tag{3.19}$$

$$P \cdot \cos\alpha + T \cdot \sin\alpha = W - (X_R - X_L) \tag{3.20}$$

여기서, $X_R = X_L = 0$ 으로 가정하였으므로 P는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P = [W - \frac{1}{F}(c'l\sin\alpha - ul\tan\phi'\sin\alpha)]\frac{1}{m_\alpha} \tag{3.21}$$

여기서, $m_\alpha = \cos\alpha\,(1 + \tan\alpha\frac{\tan\phi'}{F})$

그림 3.6에서 보는 바와 같이 O점에서의 모멘트 평형을 고려하면 다음과 같이 F을 나타낼 수 있다.

$$F = \frac{\Sigma(c'l + (P - ul)\tan\phi')}{\Sigma W\sin\alpha} \tag{3.22}$$

이 방정식은 양변에 F를 갖고 있으므로 시산법으로 F를 결정한다. 즉 좌변의 안전율에 초기치를 가정하고 윗 식으로 새로운 안전율을 좌변에 대입하면서 계산을 반복하되 두 안전율의 차이가 허용범위 보다 작아질 때의 안전율을 사면의 안전율로 한다.

이 Bishop 의 간편법도 정역학적으로 풀이를 얻기위해 설정한 가정 때문에 정해가 될 수 없다. 이 방법은 전응력해석법과 유효응력해석법에 모두 적용할 수 있으며 현재 가장 널리 쓰이는 방법이다.

3.3 사면안정해석법의 비교 및 적용지침

특정한 문제에 대하여 여러 가지 사면안정해석방법으로 구한 안전율을 비교해 보는 것은 중요한다. 또한 각 방법이 내료하고 있는 가정의 차이점을 연구한

느 것도 중요하다.

각 방법으로 구한 안전율 간에 얼마나 큰 차이가 있느냐 하는 것은 주로 대상으로 한 문제의 유형에 따라 다르다. 어떤 문제에서는 간단한 사면해석방법으로 구한 결과가 이론상 보다 완전히 다른 방법으로 해석한 결과와 비슷하게 되고, 다른 경우에는 그 차이가 허용할 수 없을 정도로 크게 되는 일이 있다.(Whitman & Baily, 1967 : Wright, 1975 : Chowdhury, 1975)

각 방법에 의한 안전율을 비교할 때에는 각 방법에 따라 임계활동면이 서로 다르게 될 수 있다.

Whitman and Baily 및 Duncan and Wright의 연구결과를 소개하면 다음과 같다.

1) 모든 평형조건을 만족시키는 사면안정해석법(Log spiral, Janbu, Spencer, Morgenstern and Price)으로 구한 안전율은 사실상 동일하다고 볼 수 있다. 이 방법들에 의한 안전율은 '정확한' 해와 약 +5%이내의 오차밖에 없으므로 실용상 이들을 정해라 생각해도 잘못은 없다.

2) Bishop의 간편법은 비록 모멘트평형만 만족시키지만 그 결과도 정해라고 볼 수 있다. 따라서 원호활동면에 대해서는 더 복잡한 방법을 사용할 필요는 없다. 단 사면선단부에서 활동면의 경사가 대단히 급할 때에는 예외이다.

3) Fellenius 방법은 안전율을 과소평가한다. 전응력해석법의 경우 오차는 실용상 허용범위내에 있지만, 유효응력해석법은 간극수압비가 큰 경우 큰 오차를 유발한다. Whitman 과 Baiiey(1967)는 이 오차가 60%가 되는 예를 보고하였다. 따라서 Fellenius방법은 전응력 해석법에 적용하는 것은 좋으나 유효응력해석법에 적용하는 것은 불가하다.

4) $\phi = 0$ 조건에서 원호활동면에 대해 모멘트 평형을 만족시키는 방법은 모두 정해를 산정한다. 이때 힘의 평형이 만족되는지 여부는 무관하다. 따라서 원호활동면에 대한 $\phi = 0$ 해석법은 Fellenius방법, Bishop의 간편법, Janbu의 정밀해법, Spencer방법, Morgenstern and Price 방법이 모두 동일한 안전율을 산정한다.

5) 힘의 평형만을 만족시키는 사면안정 해석법으로 얻어지는 안전율은 절편의 측면에 작용하는 힘의 경사각에 따라 예민하게 변한다.

한편, Chowdhury(1978)는 한계평형방법으로 사면안정해석을 할 때, 앞에서 설명한 여러방법중 어느 것을 선택할 것이며, 반드시 고려해야 할 사항이 무엇인가에 관하여 다음과 같은 지침을 제시하였다.

가. 사전 고려사항

1) 가능성이 큰 활동면의 형상선정

중요한 불연속면, 기존의 활동면, 성층, 불균질성, 인장균열 등의 존재를 확인하여야 하며, 균질한 흙 사면이나 불연속이 없는 연약한 암석사면에 대해서는 원호활동면을 우선 고려한다.

2)기존의 활동면이 존재할 때는 최초활동과 차후 활동을 구분하여 생각해야한다. 기존의 활동면에 대해서는 잔류강도만을 고려하여야 한다.

3) 점착력과 내부마찰각에 대한 안전율을 상대적으로 어떻게 볼 것인가를 정해야 한다. $F_c = F_\phi$로 간주하는 것이 부적당할 때도 있다. 강도정수와 간극수압에 대한 신뢰도를 조사하고 피압지하수의 존재여부를 확인해야한다.

4) 전응력해석법과 유효응력해석법 중 어느 것을 택할 것인지 결정할 것.

이때 흙의 종류, 단기안정해석인지 장기안정해석인지의 판단, 정확한 간극수압의 추정이 사전에 가능한지의 여부, 간극수압의 현장계측여부 등을 생각해 보아야 한다.

나. 사면안정 해석법의 선택

1) 활동면이 지표면과 평행한 평면인 균일장대 사면에 대해서는 무한사면해석방법이 상당히 정확하다.

2) 활동면이 깊이가 얕은 긴 평면이며 지표면과 평행하지 않는 경우에 대해서는 Fellenius방법이 간편하고 정확도도 좋다.

3) 활동면이 2개 또는 3개의 평면으로 이루어진 경우, 예비해석 단계에서는 Fellenius 방법으로 정확도가 낮은 결과를 얻을 수 있고, Janbu의 간편법을 사용하면 그 정확도를 향상시킬 수 있다. 임계활동면과 안전율을 보다 정확히 결정하기 위해서는 쐐기 또는 활동 Block 방법을 사용해야한다.

4) 원호활동면인 경우 예비해석 단계에서는 Fellenius방법을 사용할 수도 있으나 활동면의 깊이가 깊거나 간극수압이 큰 경우 부정확한 결과가 얻어진다. 보다 정확한 해석을 위해서는 Bishop의 간편법을 사용한다. 컴퓨터 프로그램이 가능하면 보다 이론적인 방법으로 사면해석을 수행할 수 있다.

5) 활동면이 임의의 형상인 경우, 예비해석 단계서 Janbu의 간편법을 사용한다. 보다 정확한 해를 얻기 위해서는 보다 이론적인 방법, 즉 Janbu의 정밀해법, Spencer의 방법, Morgenstern and Price방법, Frelnd and krahn의 GLE방법 등을 사용한다. 이때는 컴퓨터 사용이 불가피하며, 결과에 대한 신뢰성을 사용자가 검토하여야 한다.

6) 사면 선단부에서 활동면의 경사가 급한 경우에는 측면력의 분포를 예민하게 고려할 수 있는 방법을 선택하여야 한다.

이상에서 설명한 바와 같이 적절한 사면안정해석방법을 적용하여 사면안정해석을 수행하여야 하나 실제로는 사면안정해석의 정확도는 해석방법의 선택보다는 정확한 토질정수와 간극수압의 선택에 좌우됨을 주의하여야 한다. 일단 토질정수와 간극수압 그리고 활동면의 형상이 현장조건과 일치하도록 파악되어야 하므로 해석방법의 선택은 2차적인 문제가 될 뿐이다.